

Introducción

En los últimos años se ha despertado entre los profesores de matemáticas y ciencias naturales de las Universidades, un gran interés en pro de una *formación adecuada de los aspirantes al Magisterio* que responda a todas las actuales necesidades de la Ciencia. Este fenómeno es de fecha bien reciente ; antes, durante mucho tiempo, se cultivaba en la Universidad exclusivamente la ciencia superior sin tener en cuenta para nada las necesidades de la Escuela y sin cuidarse lo más mínimo de establecer un enlace con la enseñanza de la Matemática en ésta.

¿Cuál es la consecuencia de este modo de proceder? El joven estudiante se encuentra al comenzar sus estudios ante problemas que no le recuerdan nada de las cosas que hasta entonces la habían ocupado, y, naturalmente, olvida pronto y por completo todas ellas.

Pero, después de aprobar sus estudios, pasa al Profesorado, y entonces se ve obligado de pronto a enseñar la Matemática elemental en la forma que exige el grado de enseñanza, primaria o secundaria, a que se dedica ; y como no puede realizar esta labor estableciendo el debido enlace con la Matemática aprendida en los establecimientos de grado superior, pronto acepta la enseñanza tradicional, y de los estudios hechos sólo le queda un recuerdo, más o menos agradable, pero que no ejerce ni la más remota influencia en el desempeño de su ministerio.

Esta *doble discontinuidad* nunca ha reportado ventajas a la Escuela ni a la Universidad ; por ello se pone ahora gran empeño en desterrarla completamente, procurando, de una parte, empar, por decirlo así, la enseñanza de la Escuela con las ideas acomodadas al moderno desenvolvimiento de la ciencia y de la cul-

tura general, y teniendo en cuenta, de otra parte, las necesidades de los profesores en la enseñanza universitaria, punto éste sobre el cual volveremos repetidamente.

Y a este respecto, me parece uno de los más importantes medios auxiliares dar unas lecciones de carácter sintético y pedagógico como las que hoy empezamos. En ellas no me dirijo a los principiantes, sino que supongo ya conocido de mis oyentes todo lo fundamental de las disciplinas matemáticas; y así, con frecuencia, hablaré de problemas de Álgebra, de la Teoría de números, de la Teoría de funciones, etc., sin poder entrar en pormenores. Es, pues, preciso para seguir estas explicaciones, conocer, en un cierto grado, todas estas cosas. Objeto constante del presente curso será presentar el *enlace mutuo de los problemas y cuestiones de las diferentes disciplinas*, que no siempre se hace resaltar de un modo satisfactorio en los cursos especiales; así como, en particular, sus *relaciones con los problemas de la enseñanza matemática elemental*. Con esto, confío facilitar mucho a ustedes el logro de lo que propiamente constituye el fin de sus estudios matemáticos académicos, que yo enunciaría así: Que de las grandes cuestiones científicas que se han de ofrecer a nuestra consideración, puedan sacar abundantes estímulos y orientaciones para el ejercicio de su propia actividad docente.

Permítaseme presentar ahora algunos trabajos de estos últimos años que revelan el interés de otros sectores por el problema de la formación de los maestros y que constituyen para nosotros un valioso material. He de citar, en primer término, el último Congreso de naturalistas celebrado en Dresde en septiembre de 1907, en el cual, como miembro de la Comisión de enseñanza de la Sociedad de Naturalistas y Médicos alemanes, presenté unos *planes para la formación científica de los aspirantes al Magisterio en matemáticas y ciencias naturales*, los cuales pueden ser consultados en la última sección del informe general de la Comisión (1) que desde 1904 ha tratado todas las cuestiones de enseñanza de las ciencias matemáticas y naturales y ha dado cima ya a su trabajo. Recomiendo a todos la lectura de estos planes así como la del resto de esta interesantísima Memoria.

(1) *Die Tätigkeit der Unterrichtskommission der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte*, hrsg. von A. Gutzmer (Leipzig und Berlin, 1908).

Poco después de este Congreso de Dresde, hubo un debate análogo en el *Congreso de filólogos y maestros alemanes* reunido en Basilea, donde el movimiento de reforma de la enseñanza físico-matemática aparecía nada más que como un eslabón en la cadena de movimientos que, paralelos a aquél, corrían también en el campo de la *Filología*. Además de una comunicación mía sobre las necesidades de la reforma en la enseñanza de la Matemática, hablaron P. Wendland, de Breslau, sobre las cuestiones relativas a la *Arqueología*; Al. Brandl, de Berlín, sobre *tenguas modernas*, y, finalmente, A. Harnack, de Berlín, sobre *Historia y Religión*; las cuatro conferencias se han publicado en un folleto (1) cuya lectura recomiendo también. Tengo por conveniente en alto grado este cambio de ideas con los filólogos, porque solemos estar completamente apartados unos de otros, si no es que formamos grupos enemigos, y he de esforzarme en procurar que continúen estas buenas relaciones, aunque, a veces, a alguno de entre nosotros se le escape un juicio desfavorable a los filólogos, cosa que tampoco deja de ocurrir en la acera de enfrente. Es preciso que piensen todos en franquear los estrechos límites de la especialidad, ya que ustedes son precisamente los llamados a cooperar más tarde en la escuela con las filólogos en bien de la cultura general, y esto exige una estimación y comprensión recíprocas.

A la par que estos testimonios de propósitos y esfuerzos que se manifiestan fuera de los que cultivan nuestra especialidad, he de citar algunos libros muy útiles para nuestro objeto. Hace tres años dí por primera vez un curso de análoga tendencia; mi ayudante de entonces R. Schimmack, recogió y revisó cuidadosamente aquellas lecciones, y recientemente ha sido publicada una primera parte de aquel curso (2). En ella se habla de las diferentes clases de escuelas, incluso de las de enseñanza secundaria, del lugar que en ellas ocupa la enseñanza matemática, de sus relaciones mutuas, etc., acerca de cuyas materias, para evitar repeticiones, cuando a ellas haya de referirme, me remitiré a la ci-

(1) *Universität und Schule, Vorträge...* gehalten von F. KLEIN, P. Wendland, Al. Brandl, A. Harnack (Leipzig, 1907).

(2) F. KLEIN, *Vorträge über den mathematischen Unterricht an höheren Schulen*, bearbeitet von R. SCHIMMACK. Teil I, *Von der Organisation des Mathematischen Unterricht*, Leipzig, 1907. En lo que sigue, será citado simplemente: «Klein-Schimmack».

tada obra. Así pues, lo que ahora haré es tratar más circunstanciadamente lo que, en cierto modo, podemos mirar como una continuación de aquellas explicaciones, las cuestiones propiamente matemáticas que ofrezcan algún interés para la enseñanza escolar. Cuando, como frecuentemente ocurrirá, hable en estas lecciones de la enseñanza en la Escuela, no me limitaré a exponer ideas más o menos vagas de cómo debiera ser, ni tomaré por base mis propios recuerdos de los años pasados en ella ; sino que estando en relación constante con el Sr. Schimmack, actualmente profesor en el Gimnasio de Gotinga, estoy bien informado por él sobre el presente estado de la enseñanza, que comparado con el de años anteriores acusa, realmente, un marcado progreso. En este primer semestre ocuparán nuestra atención «las tres A mayúsculas», esto es, *Aritmética*, *Algebra* y *Análisis*, en tanto que trataremos de la *Geometría* en el próximo semestre. Y es de observar ya aquí que en el lenguaje ordinariamente usado en la enseñanza secundaria, aquellas tres disciplinas aparecen compendiadas en la sola palabra *Aritmética*; no siendo éste el único caso en que hallemos diferencias entre el lenguaje matemático de las Escuelas y el de aquellos establecimientos superiores. Este solo ejemplo basta para hacer ver que sólo el contacto vivo entre unos y otros puede lograr la deseada inteligencia.

En segundo lugar, he de citar aquí una obra que entre las publicaciones de estos últimos años sigue, en gran parte, una tendencia semejante a la mía : me refiero a la obra en tres tomos, *Encyklopädie der Elementarmathematik*, de H. WEBER y J. WELLSTEIN.

Para la materia objeto de este semestre, tiene particular interés el primer tomo, debido a H. Weber : *Encyklopädie der Elementaren Algebra und Analysis* (1). Entre esta otra y el plan de mis lecciones hay algunas diferencias que quiero señalar concretamente. En Weber-Wellstein, todo el edificio de las matemáticas elementales está construído lógica y sistemáticamente con el lenguaje científico accesible a los estudiantes adelantados ; pero no se habla absolutamente nada de cómo se tratan realmente estas cosas en la Escuela. La *exposición en la Escuela* debe ser, empleando una palabra que sintetiza nuestro pensar : *psicológica, no sistemática*.

(1) 2.^a edición, Leipzig, 1906. Citada como Weber-Wellstein, 1.

El maestro, debe ser, por decirlo así, *algo diplomático*; ha de conocer la psicología de los niños para poder captar su interés, y esto sólo podrá lograrlo si acierta a presentar las cosas bajo una forma intuitiva fácilmente asimilable. Dentro de la Escuela, sólo en las clases superiores se puede revestir la doctrina de forma abstracta. Pongamos un ejemplo: al niño le es imposible comprender cuando se le explican los números axiomáticamente, como cosas sin significación, con las cuales se puede operar según reglas y principios compatibles entre sí; antes bien, **asocia a los números conceptos absolutamente reales**; los números son para él conjuntos de cosas, como nueces, manzanas, etc., y sólo bajo esta forma concreta se les puede presentar al principio, y así, en efecto, se les enseña. Pero esto, que aquí es evidente, debería también extenderse a toda la enseñanza, aun a la superior; siempre debería presentarse la Matemática enlazada con todo aquello que al hombre pueda interesar y con lo que ha de ejercitar en su vida. Esto es lo que pretenden los ensayos que últimamente viene haciendo la Universidad cultivando la *Matemática aplicada*; en la Escuela nunca se había abandonado esta necesidad en tan alto grado como en la Universidad. En todo el curso de estas lecciones he de procurar que destaque con gran relieve la importancia de *estos motivos psicológicos*.

Otra diferencia de criterio entre Weber-Wellstein y yo, se refiere a los *límites del contenido de la Matemática en la Escuela*. Weber y Wellstein son, en este punto, *conservadores*; yo me siento *progresista*; la explicación detallada de estos conceptos puede verse en Klein-Schimmack. Nosotros, los llamados *reformadores*, queremos colocar el centro de la enseñanza en el concepto de función como concepto de la Matemática de los dos últimos siglos que desempeña el papel fundamental en cuantos sitios intervienen nociones matemáticas. Con este concepto quisiéramos que comenzara a familiarizarse el alumno tan pronto como sea posible, siempre sobre la base del *constante empleo de los métodos gráficos*, de la representación de cualquier ley en el plano de las variables (x, y) , que hoy se utiliza en todas las aplicaciones de la Matemática por el carácter de evidencia que presta.

Para facilitar esta renovación hay que prescindir de mucho que hasta hoy ha constituido objeto de nuestra enseñanza, que aun cuando por sí mismo pueda ser muy interesante, aparece

menos esencial al relacionarlo con toda la cultura moderna.

Ante todo, debe darse una gran importancia a una *fuerte educación de la intuición espacial*; después debe ir ascendiendo la enseñanza hasta llegar a los umbrales del cálculo infinitesimal, de modo que el naturalista o el técnico de Seguros, pongamos, por ejemplo, saque ya de la Escuela el instrumento matemático que haya de necesitar en todos sus trabajos.

Frente a estas ideas, relativamente modernas, Weber y Wellstein conservan esencialmente la antigua limitación de la doctrina docente. Mi propósito en este curso es, naturalmente, propagar esta nueva manera de ver el problema de la Matemática en la Escuela.

En tercer lugar, he de mencionar aún un libro muy sugestivo de Max Simon, quien, lo mismo que Weber y Wellstein, explica en Estrasburgo, del cual acaba de aparecer una nueva edición: *Didaktik und Methodik des Rechnens und der Mathematik* (1). Simon coincide frecuentemente con nuestra tendencia, pero existen también entre él y nosotros muchas divergencias, y como tiene una recia personalidad, muy sugestiva y atrayente, reviste sus ideas con un lenguaje muy vivo y pintoresco. Para citar un ejemplo: Exigen los planes de la comisión de enseñanza que en la clase Quinta se dedique una hora a la Propedéutica geométrica, mientras que actualmente se hace ésto ya en la Cuarta. Se viene discutiendo desde hace bastante tiempo qué procedimientos serían los mejores; en la misma Escuela se ha cambiado a menudo de métodos, pero Simon no se para en barras y califica la decisión de la Comisión, que ciertamente cabe discutir y aun impugnar, lisa y llanamente, sin rodeo de ninguna especie, de «peor que un crimen», sin fundamentar ni razonar este juicio en lo más mínimo. Pasajes de tono parecido pueden hallarse en su obra. Como precursor del citado libro podemos mencionar el del mismo autor: *Methodik der elementaren Arithmetik in Verbindung mit Algebraischer Analysis* (2).

Tras esta breve introducción, pasemos ya a nuestro objeto, que, como queda dicho, dividiremos en estas tres secciones: Aritmética, Algebra y Análisis.

(1) 2.^a edición, München, 1908. Separata del *Baumeister Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre für höhere Schulen*.

(2) Leipzig, 1906.